



Musteraufgaben zum Mathematikwettbewerb der Jahrgangsstufe 11 am 15.02.2006

Hinweis: Beim Mathematikwettbewerb der Jahrgangsstufe 11 werden Aufgaben zur Auswahl angeboten, wobei von acht Aufgaben fünf gewertet werden. Wurden mehr als fünf Aufgaben bearbeitet, so werden die Aufgaben mit den höchsten Punktzahlen berücksichtigt. Der Lösungsweg muss jeweils klar erkennbar sein.

Die folgenden acht Aufgaben sollen einen Eindruck vermitteln, welche Kenntnisse und Fähigkeiten beim Wettbewerb erforderlich sind. Zugelassene Hilfsmittel sind Taschenrechner, Formelsammlung und Zeichengeräte (Zirkel, Lineal und Geodreieck).

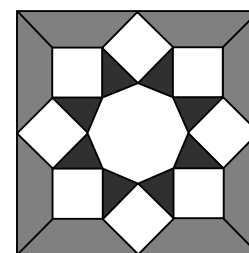
1. a) Die Gerade $y = 3x + 1$ wird an der Geraden $y = 4$ gespiegelt. Welche Gleichung hat die gespiegelte Gerade?
- b) Die Gerade $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ wird um 180° um den Koordinatenursprung gedreht. Welche Gleichung hat die gedrehte Gerade?
- c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der beiden Geraden

$$13x + 11y = 36$$

$$11x + 13y = 12$$

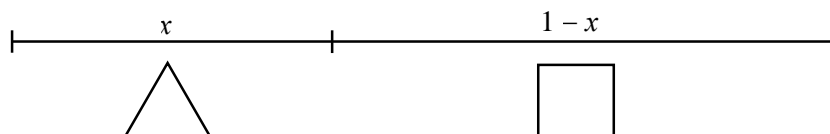
2. a) Für welche x gilt $5^x - 5^{x-2} = 120 \cdot \sqrt{5}$?
- b) Bestimmen Sie x : $6^{1+x} + 6^{1-x} = 37$.
- c) Lösen Sie nach x auf: $\sqrt{16x+1} = 2 \cdot \sqrt[4]{16x+1} + 3$.

3. Das nebenstehende Mosaik besteht aus je 8 gleichschenkligen Trapezen, Quadraten, gleichschenkligen Dreiecken und einem Achteck. Die Seitenlänge der Quadrate sei 1.



- a) Wie groß ist die Fläche des Mosaiks?
- b) Wie groß sind bei den Dreiecken die Winkel und die Fläche?
- c) Wie lang sind beim Achteck die Seiten?

4. Ein Draht von 1m Länge wird in zwei Teile zerschnitten. Aus dem einen Teil wird ein gleichseitiges Dreieck gebogen, aus dem anderen ein Quadrat.

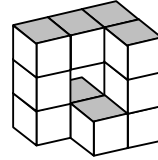


Wie muss man den Draht zerteilen, d.h. x wählen, damit die Summe der Flächen von Dreieck und Quadrat minimal ist?

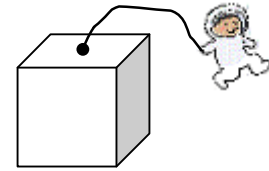
Wie groß ist diese minimale Gesamtfläche?



5. a) Zehn Würfel (Kantenlänge 1) werden zu einem ringförmigen Körper zusammengesetzt. Wie groß ist die Oberfläche dieses Körpers? Der Körper hat Kanten der Länge 1, 2 und 3. Wie groß ist die Summe aller Kantenlängen?

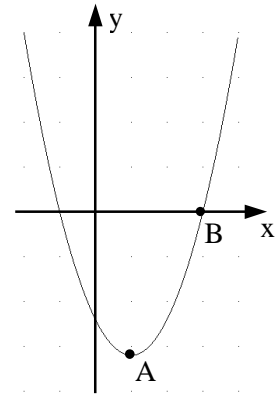


- b) Ein Astronaut arbeitet im Außenbereich einer würfelförmigen Raumstation (Kantenlänge s). Er ist mit einem Seil der Länge s an einer Flächenmitte der Station befestigt. Welchen Anteil der Stationsoberfläche kann der Astronaut erreichen?



6. a) Für eine Funktion f gilt $f(x+1) = x^4 - x^3 - x + 1$. Berechnen Sie $f(0)$.

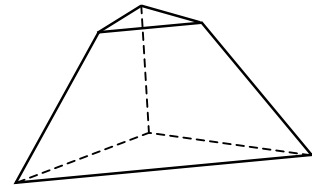
- b) Die Parabel $y = (x-2)^2 - 16$ mit dem Scheitel A schneidet die positive x -Achse bei B (siehe Abbildung). Berechnen Sie die Gleichung der Geraden durch A und B.



- c) Wie muss a in $f(x) = \frac{x+5}{x+a}$ gewählt werden, damit für alle x gilt: $f(f(x)) = x$?
- d) Wie muss b in $y = \log_b x$ gewählt werden, damit die Kurve durch den Punkt $(0,5 | -1)$ geht?

7. Bei einem Tetraeder werden alle 4 Ecken so abgeschnitten, dass aus den 4 Dreiecksflächen Sechsecke entstehen. (In der Abbildung ist nur eine Ecke abgeschnitten.)

- a) Wie viele Ecken (e), Kanten (k) und Flächen (f) hat der „gestutzte“ Tetraeder?
- b) Wie viele Diagonalen hat der neue Körper insgesamt? Wie viele davon sind Raumdiagonalen, verlaufen also ganz im Inneren des Körpers?



8. a) Bei einem Quadrat werden zwei gegenüberliegende Seiten um 10% verlängert und die beiden anderen Seiten um 10% verkürzt. Um wie viel Prozent hat sich die Fläche des Rechtecks im Vergleich zum Quadrat verändert?

- b) In dem Quadrat ABCD sind E und F die Mitten der Seiten AD bzw. BC. Der Kreis um E durch F schneidet AB in G. Bestimmen Sie \sphericalangle GEF.

- c) Eine Ware im Wert von unter 20 Euro soll so mit einem Preis versehen werden, dass zuzüglich von 4% Mehrwertsteuer ein ganzzahliger Europreis entsteht. Wie muss die Ware ausgepreist werden?

