



## Musteraufgaben zum Mathematikwettbewerb der Jahrgangsstufe 11 am 05.02.2003

**Hinweis:** Beim Mathematikwettbewerb der Jahrgangsstufe 11 werden Aufgaben zur Auswahl angeboten, wobei von acht Aufgaben fünf gewertet werden. Wurden mehr als fünf Aufgaben bearbeitet, so werden die Aufgaben mit den höchsten Punktzahlen berücksichtigt. Der Lösungsweg muss jeweils klar erkennbar sein.

Die folgenden acht Aufgaben sollen einen Eindruck vermitteln, welche Kenntnisse und Fähigkeiten beim Wettbewerb erforderlich sind. Zugelassene Hilfsmittel sind Taschenrechner, Formelsammlung und Zeichengeräte (Zirkel, Lineal bzw. Geodreieck).

1.
    - a) Für welches positive  $a$  liegt der Punkt  $(a | -3)$  auf der Geraden  $ax + 3y = 7$  ?
    - b) Spiegelt man die Gerade  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$  an der 2. Winkelhalbierenden ( $y = -x$ ), so erhält man die Gerade  $y = m \cdot x + b$ . Bestimmen Sie  $m$  und  $b$ .
    - c) Für welches positive  $m$  liegen die Punkte  $(m | 3)$  und  $(1 | m)$  auf einer Geraden mit der Steigung  $m$  ?

---

  2.
    - a) Berechnen Sie  $\left(\sqrt[6]{27} - \sqrt{6 + \frac{3}{4}}\right)^2$ .
    - b) Eine Verknüpfung  $*$  sei definiert durch  $a * b = a^2 + 3^b$ . Berechnen Sie  $(2 * 0) * (0 * 1)$ .
    - c) Für welches  $x$  gilt  $\log_7(\log_3(\log_2(x))) = 0$  ?
    - d) Berechnen Sie die Differenz von 19% von 90 und 90% von 19.

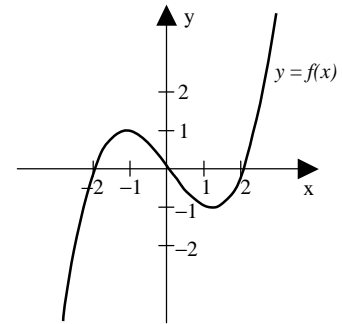
---

  3.
    - a) Bestimmen Sie das 100. Glied der Folge 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 9, ... .  
(Jede ungerade Zahl  $n$  kommt  $n$ -mal vor)
    - b) Wie viele vierstellige Zahlen können aus den Ziffern 1, 2, 3, 3 gebildet werden?
    - c) Die Diagonale in einem  $6 \times 3$  Rechteck geht durch vier Ecken der kleineren Quadrate. Durch wie viele solcher Ecken geht eine Diagonale in einem  $30 \times 15$  Rechteck?
- 
- 
4.
    - a) Eine 40 cm lange Kerze brennt in einer Stunde um 3 cm ab. Eine andere 50 cm lange Kerze brennt pro Stunde um 5 cm ab.
      - (i) Beide Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Nach welcher Zeit sind beide gleich lang?
      - (ii) Um wie viel später muss man die 50 cm lange Kerze anzünden, damit beide zum gleichen Zeitpunkt abgebrannt sind?
    - b) Eine Vakuumpumpe ist so gebaut, dass sie bei jedem Pumpvorgang 3% der noch vorhandenen Luft in der Kammer absaugt. Wie oft muss man pumpen, um 99% der Luft zu entfernen, die anfangs in der Kammer vorhanden war?
    - c) Eine Schülerin nahm an drei Tests teil. Ihre durchschnittliche Punktzahl war 84. In ihrem ersten Test erhielt sie 90 Punkte. Ihre Punktzahl im 3. Test war 4 Punkte höher als im zweiten Test. Wie viele Punkte erhielt sie im zweiten Test?

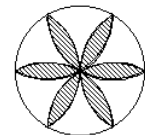
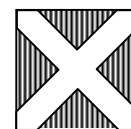
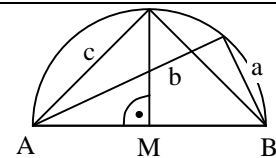


5. a) Vergrößert man  $x$  um  $y$  Prozent, so erhält man 12. Verringert man  $x$  um  $y$  Prozent, so erhält man 8. Bestimmen Sie  $x$  und  $y$ .
- b) Ein Filter lässt nur 40% des einfallenden Lichts durch.
- (i) Wie viel Licht wird durch zwei solche Filter durchgelassen?
- (ii) Wie viele Filter braucht man, damit nur noch ca. 1% Licht durchkommt?
- c) Frische Erdbeeren bestehen zu 99% aus Wasser. Ein Gärtner hat 1 kg Erdbeeren gepflückt und sie in der Sonne stehen gelassen. Dadurch ist ein Teil des Wassers verdunstet, so dass die Erdbeeren nur noch zu 98% aus Wasser bestehen. Wie viel wiegen sie nun?

6. a) Ermitteln Sie unter allen Rechtecken mit Umfang 20 cm dasjenige mit der kürzesten Diagonalen.
- b) Wie muss  $b$  gewählt werden, damit der Scheitel der Parabel  $y = -x^2 + bx - 8$  auf der  $x$ -Achse liegt?
- c) Wie viele Lösungen hat die Gleichung  $||f(x)| - 1| = \frac{1}{2}$ , wenn  $f$  im Koordinatensystem die nebenstehende Darstellung hat?



7. a) Gegeben ist der Halbkreis über  $AB$  mit Mittelpunkt  $M$ . Welche Beziehung besteht zwischen  $a$ ,  $b$  und  $c$ ?
- b) Eine quadratische Flagge (Seitenlänge 20 cm) besteht aus einem weißen Kreuz auf rotem (schraffierten) Grund. Die weißen Streifen haben die gleiche Breite und sind symmetrisch zu den Diagonalen des Quadrates. Wie breit sind die weißen Streifen, wenn das weiße Kreuz flächengleich zu den roten Feldern ist?
- c) Wie groß ist die (schraffierte) Fläche der Rosette, wenn alle Kreisbögen den Radius 1 haben?



8. a) Ein hölzerner Würfel mit Kantenlänge  $n$ , wobei  $n$  eine natürliche Zahl größer als 2 ist, wird schwarz angestrichen. Durch Schnitte parallel zu den Seitenflächen wird der Würfel in  $n^3$  kleinere Würfel mit der Kantenlänge 1 zerlegt.
- (i) Wie viele der  $n^3$  Einheitswürfel haben genau eine schwarze Fläche und wie viele haben keine schwarze Flächen?
- (ii) Wie groß ist  $n$ , wenn die Anzahl der Würfel mit einer schwarzen Fläche gleich der Anzahl mit keiner schwarzen Fläche ist?
- b) Sechs Würfel mit Kantenlänge 1 werden wie abgebildet zusammengeklebt.
- (i) Wie groß ist die Oberfläche dieses Körpers?
- (ii) Wie groß ist der Abstand zwischen A und B?

