Mathematikwettbewerb 2002 der Jahrgangsstufe 11

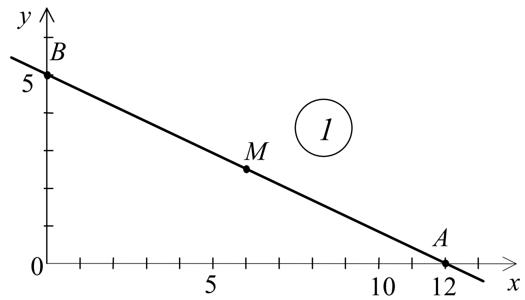
Lösungen

Hinweise zur Bewertung:

- Bei jeder Aufgabe können maximal 12 Punkte erreicht werden, wobei die fünf besten Aufgaben gewertet werden. Insgesamt sind also maximal 60 Punkte zu erreichen.
- Die Punkteverteilung innerhalb einer Aufgabe ist jeweils für einen Lösungsweg angegeben. Bei anderen Lösungswegen sind die Punkte nach eigenem Ermessen zu verteilen, die angegebene Punktzahl für Teilaufgaben sollte dabei eingehalten werden.

1. a) $5x+12y=60 \Leftrightarrow \frac{x}{12}+\frac{y}{5}=1 \Leftrightarrow y=-\frac{5}{12}x+5$ 1

3 P $A(12 \mid 0)$; $B(0 \mid 5)$ 1



2 P b) Fläche: $F=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 12=30$ 1

$AB=\sqrt{12^2+5^2}=13$

Umfang: $U=5+12+13=30$ 1

2 P c) M ist Mittelpunkt von AB: $M\,(6 \mid 2{,}5)$

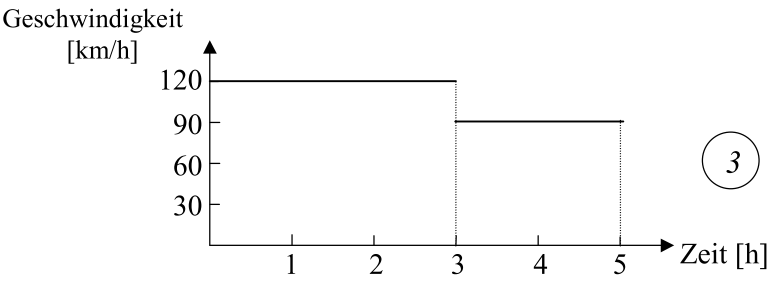
2 P d) Da $AM = MB$, ist das Dreieck $AM0$ flächengleich zu $MB0$. Hieraus folgt $P = M$.

3 P e) Die gesuchten Punkte P_1 und P_2 auf g sind die Schnittpunkte von g mit der 1. und 2. Winkelhalbierenden:

Aus $5x \pm 12x = 60$ 1 folgt $P_1\left(\frac{60}{17} \middle| \frac{60}{17}\right)$ 1, $P_2\left(-\frac{60}{7} \middle| \frac{60}{7}\right)$ 1.

2. a)

4 P



Fläche: $F = 3 \cdot 120 + 2 \cdot 90 = 540$ ist die zurückgelegte Entfernung in km 1

8 P b) i) Ansatz: $z = m \cdot \vartheta + c$ 1

Aus $173 = m \cdot 27 + c$ und $124 = m \cdot 20 + c$ folgt

$m=\frac{173-124}{27-20}=\frac{49}{7}=7$ 2 und $c=124-7\cdot 20=-16$. Also $z=7\cdot\vartheta-16$ 1

ii) 38 Zirpen / 15 sec. $\hat{=}$ 152 Zirpen / min

Aus $152 = 7\cdot\vartheta - 16$ folgt $\vartheta = 24$ °C 2

iii) Aus $z = 7 \cdot 30 - 16 = 194$ folgt $z = 194$ Zirplaute 2

3\.
2 P a) Fläche: $F_{alt} = \frac{1}{2} \cdot gh$; $F_{neu} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}9g \cdot 1{,}1h = 0{,}99 \cdot \frac{1}{2} gh = (1 - 0{,}01)\frac{1}{2} gh$, d.h. Abnahme um 1% 1 1

4 P b) Fläche: $F_{alt} = \pi r^2$; $F_{neu} = \pi (2r)^2 = (1+3) \cdot \pi r^2$, d.h. Zunahme um 300% 2

Umfang: $U_{alt} = 2\pi r$; $U_{neu} = 2\pi \cdot (2r) = (1+1) \cdot 2\pi r$, d.h. Zunahme um 100% 2

3 P c) A bekommt von B 9000 € · 0,9 = 8100 € 1
A bezahlt an B 8100 € ·1,1 = 8910 €. 1 Also verliert A 8910 € – 8100 € = 810 €. 1

3 P d) Sei x der über 500 € hinausgehende Wert der Brosche. Dann gilt
$500 \cdot \frac{5}{100} + x \cdot \frac{3}{100} = (500 + x) \cdot \frac{4}{100}$, 2

also $x = 500$. Damit ist der Wert der Brosche 1000 €. 1

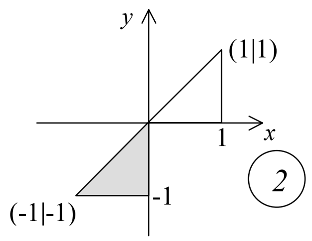
4\.
3 P a) Aus $½ \cdot n\,(n-1) = 21$ 2 folgt $n = 7$ 1

5 P b)

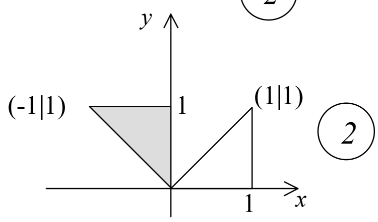
Zwischen den Männern (jeder begrüßt jeden):	½ · 13 · 12 = 78	Handschläge	} je 2
Zwischen Männern und Frauen:	13 · 12 = 156	Handschläge	
Also insgesamt	78 + 156 = 234	Handschläge	1

4 P c) Anzahl der „Wörter" insgesamt: 7! = 5040 1
Anzahl der „Wörter", die mit R beginnen oder auf E enden: 6! + 6! – 5! = 1320 3

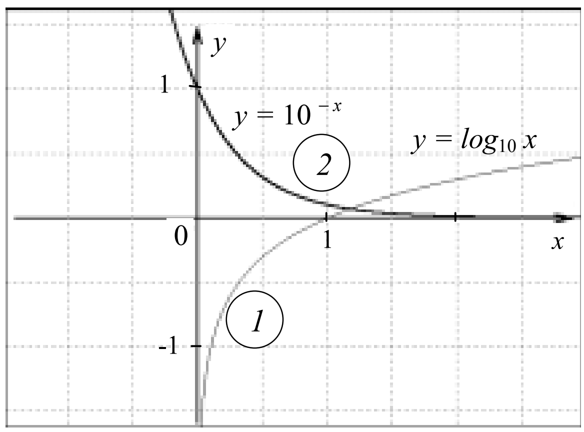
5\.
7 P a) i) Spiegelung an der 2. Winkelhalbierenden 1



ii) 90°-Drehung um den Ursprung im Gegenuhrzeigersinn 2



5 P b) $(x \mid y)$ gehört zu G', wenn
$(y \mid -x)$ zu G gehört,
also muss
$-x = log_{10}\, y$ 1
d.h. $y = 10^{-x}$ gelten. 1



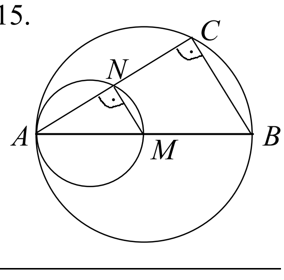
6\.
4 P a) $11 \cdot 20 + 21 \cdot 10 = 430$ Es wurden 430 Streichhölzer verwendet.

4 P b) Aus $\frac{6}{14} = \frac{x}{35}$ folgt $x = 15$, also hat das vierte Rechteck die Fläche 15.

4 P c) Nach dem Satz des Thales gilt $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ANM = 90°$. 2

Mit Hilfe des Strahlensatzes folgt $\dfrac{AN}{NC} = \dfrac{AM}{MB} = 1$, 2

d.h. N halbiert AC.



7. a) Inkreisradius: $r = s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}$; 2 Quadratseite: $r \cdot \sqrt{2} = s \cdot \frac{\sqrt{6}}{6}$ 3

8 P

Quadratfläche: $F = \left(s \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \right)^2 = \frac{1}{6} s^2$ 3

4 P b) Fläche von I: $F_I = \left(\frac{d}{2} \sqrt{2} \right)^2 = \frac{d^2}{2}$, 1 Fläche von II: $F_{II} = 2 \cdot F_I = d^2$ 1

Seitenlänge von II: d 1 Diagonale von II: $d \cdot \sqrt{2}$ 1

---

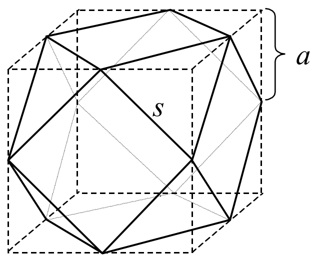
8. Kantenlänge: $s = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ 2

Oberfläche: $O = 6 \cdot s^2 + 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot s \cdot \frac{s}{2} \sqrt{3}$ 4

$= 12\,a^2 + 4 \cdot \sqrt{3} a^2$ 1

Volumen: $V = (2a)^3 - 8 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a$ 4

$= 8a^3 - \frac{4}{3} a^3 = \frac{20}{3} a^3$ 1



Für Ihre Auswertungen (zur Übernahme auf den Rückmeldebogen):

Ergebnisse bezüglich der Einzelaufgaben:

Aufgabe	Anzahl der Schüler/innen Nicht bearb.	0-3 Pkte	4-6 Pkte	7-9 Pkte	10-12 Pkte
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

Gesamtergebnisse:

Erreichte Punktzahl	0-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-55	56-60
Anzahl Schüler/innen												

Teilnehmerzahl: .... Durchschnittlich erreichte Punktzahl: ....

! Versäumen Sie bitte nicht, uns bis zum **15. März 2002**
die **Schulsiegerin** bzw. den **Schulsieger**
zu melden (Vor-, Nachname, Geschlecht, erreichte Punktzahl).
Die Schulsiegerinnen und Schulsieger erhalten, wenn sie **mindestens 30 Punkte** erreicht haben, eine Urkunde und einen Sachpreis. !